

新たに定義する有効飽和度に基づく不飽和土の有限変形解析手法の提案

不飽和土 水分特性曲線 有効飽和度

名古屋大学 国際会員 ○野田 利弘 吉川 高広
名古屋大学 学生会員 西垣 隆士

1. はじめに

不飽和土の保水性を表す水分特性式は、最大の水分量と最小の水分量の間で定義される有効飽和度とサクシジョンの関係を記述する。水分量として飽和度を用いる場合を考えると、低サクシジョンにおいては間隙水に封入された空気が存在するため、最大の飽和度は 100% より低く、高サクシジョンにおいては土粒子表面に吸着水が残留するため、最小の飽和度は 0% より高い。本研究では、間隙空気を「封入空気」と連続した相として存在する空気（以後「連続空気」）に、間隙水を「吸着水」と「自由水」に明確に分けて扱い、新たに有効飽和度を定義し直す。その有効飽和度に基づいた不飽和土の有限変形解析手法を提案する。

2. 新たな有効飽和度および各種諸量の定義

図 1 は土の示相図を示す。「土粒子」「吸着水」「自由水」「封入空気」「連続空気」に明確に分けて扱う。土粒子と吸着水が一体となって「土骨格」を形成し、土粒子と吸着水を除く部分を土骨格の体積変化に有効な間隙（以後「有効間隙」）と考える。有効間隙が土全体に占める体積割合を有効間隙率 n_c とする。封入空気は自由水に封入されているため、自由水+封入空気が有効間隙に占める体積割合を有効飽和度 S_c^l と定義する。また、自由水が自由水+封入空気に占める体積割合を S_l^w とする。吸着水の量は含水比 w_r で定義し、本研究では材料定数と考える（吸着水は非圧縮と仮定）。なお、図中の G_s は土粒子の比重であり、土粒子の体積を 1 としたとき、吸着水の体積は $w_r G_s$ になる。

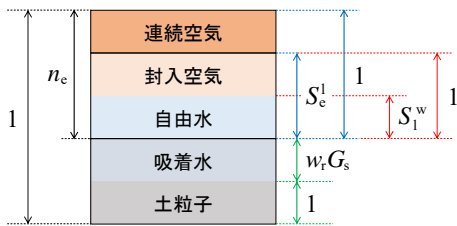


図 1 土の示相図

3. 土骨格～自由水～封入空気～連続空気連成有限変形解析手法

前章で述べた通り、不飽和土が土骨格、自由水、封入空気、連続空気の 4 相で構成されると考えるため、既往の 3 相系解析と異なり、4 相に対して運動方程式や質量保存式を記述する。本稿では紙幅の都合上、詳細

な式変形を省略するが、 $\mathbf{u}-p$ formulation に基づき、de Boer¹⁾、西村²⁾、Noda et al.³⁾、Noda and Yoshikawa⁴⁾ に倣って定式化する。その結果、最終的には次に示す運動方程式、自由水～土骨格連成式、封入空気～土骨格連成式および連続空気～土骨格連成式を得る。

$$\rho \mathbf{v}_s = \text{div} \mathbf{T} + \rho \mathbf{b} \quad (1)$$

$$S_c^l S_l^w \text{div} \mathbf{v}_s + \frac{1}{\rho^{lw}} \text{div} \{ \rho^{lw} (\mathbf{v}_{lw} - \mathbf{v}_s) \} + n_c S_l^w \dot{S}_c^l + n_c S_c^l \dot{S}_l^w + \frac{n_c S_c^l S_l^w}{K_w} \dot{p}^l = 0 \quad (2)$$

$$S_c^a S_l^a \text{div} \mathbf{v}_s + \frac{1}{\rho^{la}} \text{div} \{ \rho^{la} (\mathbf{v}_{la} - \mathbf{v}_s) \} + n_c S_l^a \dot{S}_c^a + n_c S_c^a \dot{S}_l^a + \frac{n_c S_c^a S_l^a}{K_a} \dot{p}^l = \frac{\dot{m}_{la}}{\rho^{la}} \quad (3)$$

$$S_c^g \text{div} \mathbf{v}_s + \frac{1}{\rho^{ga}} \text{div} \{ \rho^{ga} (\mathbf{v}_{ga} - \mathbf{v}_s) \} + n_c \dot{S}_c^g + \frac{n_c S_c^g}{K_a} \dot{p}^g = \frac{\dot{m}_{ga}}{\rho^{ga}} \quad (4)$$

ここで、上付き“ \cdot ”は土骨格から見た物質時間微分を表す。 \mathbf{v}_s は土骨格の速度ベクトル、 $\dot{\mathbf{v}}_s$ は土骨格の加速度ベクトル、 \mathbf{T} は全 Cauchy 応力テンソル（引張が正）、 \mathbf{b} は単位質量あたりの物体力ベクトルである。 p^l は自由水の圧力、 p^g は連続空気の圧力であり、封入空気の圧力は自由水の圧力 p^l に等しいと仮定する（ p^l と p^g は圧縮が正）。 ρ は土全体の密度、 ρ^{lw} 、 ρ^{la} および ρ^{ga} はそれぞれ、自由水、封入空気および連続空気の単体としての真の密度、 ρ^{lw} 、 ρ^{la} および ρ^{ga} はそれぞれ、自由水、封入空気および連続空気の混合体の構成要素としての密度である。 \mathbf{v}_{lw} 、 \mathbf{v}_{la} および \mathbf{v}_{ga} はそれぞれ、自由水、封入空気および連続空気の速度ベクトルである。 K_w と K_a はそれぞれ水と空気の体積弾性係数である。また、 $S_c^g = 1 - S_c^l$ 、 $S_l^a = 1 - S_l^w$ である。

\dot{m}_{la} と \dot{m}_{ga} はそれぞれ、封入空気と連続空気が単位時間・単位体積あたりに湧き出す質量である。本研究では、封入空気と連続空気の質量交換を考え、 $\dot{m}_{la} + \dot{m}_{ga} = 0$ とする。 \dot{m}_{la} と \dot{m}_{ga} の構成モデルについては別報⁵⁾で述べているため、そちらを参照されたい。

応力の式は骨格応力の概念⁶⁾に基づき、新たに定義した有効飽和度 S_c^l を用いて次式のように記述する。

$$-\mathbf{T}' = -\mathbf{T} - (S_c^l p^l + S_c^g p^g) \mathbf{I} \quad (5)$$

ここに、 \mathbf{T}' は骨格応力テンソル（引張が正）、 \mathbf{I} は単位テンソルである。

初期値・境界値問題に対する解は、式(1)の3式に式(2)、式(3)、式(4)を加えた合計6式に対して、 \mathbf{v}_s の3成分と p^l 、 p^s 、 S_1^w の計6個を未知数として求める。なお、有効飽和度 S_e^l は水分特性モデルから計算する。また、運動方程式は幾何学的非線形性と材料非線形性を考慮するために、土骨格から見た物質時間微分を施した速度型で表す²⁾。

4. 解析手法の特徴

2章で述べたように、有効飽和度 S_e^l を自由水+封入空気が有効間隙に占める体積割合と定義した。ここで、有効飽和度 S_e^l および飽和度 S_r を各相の体積を用いて表すと次式になる。

$$S_e^l = \frac{V_{自由水} + V_{封入空気}}{V_{自由水} + V_{封入空気} + V_{連続空気}} \quad (6)$$

$$S_r = \frac{V_{吸着水} + V_{自由水}}{V_{吸着水} + V_{自由水} + V_{封入空気} + V_{連続空気}} \quad (7)$$

なお、 V は体積、下付き文字は相を意味する。

(i) 低サククションで連続空気が存在しない場合

$V_{連続空気}$ に0を代入すると、 S_e^l および S_r は次式で表される。

$$S_e^l = \frac{V_{自由水} + V_{封入空気}}{V_{自由水} + V_{封入空気}} = 1 \quad (8)$$

$$S_r = \frac{V_{吸着水} + V_{自由水}}{V_{吸着水} + V_{自由水} + V_{封入空気}} \quad (9)$$

式(8)より S_e^l は1であるが、式(9)より封入空気が圧縮/膨張して、 $V_{封入空気}$ が変化すれば、 S_r は変化可能である。このとき、 S_1^w （自由水が自由水+封入空気に占める体積割合）が変化する。一方で、既往の水分特性モデルにおいて、例えば最大の飽和度を定義してしまうと、それ以上の飽和度上昇を表現できないため、封入空気の圧縮性を評価できない。なお、Noda and Yoshikawa³⁾の飽和度を解くべき連立一次方程式の未知数とする手法は、サククションゼロにおける封入空気の圧縮性を表現するための手法であったが、本提案手法を用いれば、より合理的に表現可能となる。

(ii) 高サククションで自由水が存在しない場合

自由水が存在しないため、自由水中の封入空気も存在しない。そのため、 $V_{自由水}$ と $V_{封入空気}$ に0を代入すると、 S_e^l および S_r は次式で表される。

$$S_e^l = \frac{0}{V_{連続空気}} = 0 \quad (10)$$

$$S_r = \frac{V_{吸着水}}{V_{吸着水} + V_{連続空気}} \quad (11)$$

式(10)より S_e^l は0である。間隙水は吸着水のみ土粒

子表面に存在し、含水比 w_r で定義するため、 $V_{吸着水}$ は定数となる。そのため、式(11)より連続空気が圧縮/膨張して、 $V_{連続空気}$ が変化すれば、 S_r は自然と変化する。一方で、既往の水分特性モデルにおいて、例えば最小の飽和度を定義してしまうと、吸着水の含水比が一定であることを表現するためには、最小飽和度を間隙比に依存して変化させる必要がある。

5. おわりに

本研究では新たな有効飽和度を定義し、その有効飽和度に基づいた土骨格～自由水～封入空気～連続空気連成有限変形解析手法を提案した。間隙空気を封入空気と連続空気に、間隙水を吸着水と自由水に明確に分けた点が大きな特徴であり、低サククション時には封入空気の圧縮/膨張により飽和度変化が表現可能なこと、高サククション時には吸着水量を含水比で定義できるため、複雑なモデルを要しないことを強調した。別報⁵⁾において、低サククション時における本解析手法の妥当性を示したため、参照されたい。

封入空気は土粒子間の拘束を強める表面張力（サククション）としては働かないため、間隙空気を封入空気と連続空気に分けて扱うことは、より精緻な構成モデルを構築する上でも重要であると考えられる。また、近年、不飽和化による地盤改良がもたらす耐震効果に注目が集まっているが、封入空気の圧縮性を表現可能であり、動的にも対応した本解析コードを用いれば、詳細な耐震性評価が可能となる。ただし、本研究では封入空気の圧力は自由水の圧力に等しいと仮定しているため、特に気泡径が小さい封入空気を扱う場合は注意が必要である。

参考文献

- 1) de Boer, R. (1998): Theory of porous media -past and present-, *Z. Angew. Math. Mech.*, 78, 441-446.
- 2) 西村直志 (1999) : (社)地盤工学会 地盤工学ハンドブック, 第3章土質力学, 55-64.
- 3) Noda, T., Asaoka, A. and Nakano, M. (2008): Soil-water coupled finite deformation analysis based on a rate-type equation of motion incorporating the SYS Cam-clay model, *Soils and Foundations*, 48(6), 771-790.
- 4) Noda, T. and Yoshikawa, T. (2015): Soil-water-air coupled finite deformation analysis based on a rate-type equation of motion incorporating the SYS Cam-clay model, *Soils and Foundations*, 55(1), 45-62.
- 5) 吉川高広, 野田利弘, 西垣隆士 (2018) : 封入空気を考慮可能な不飽和土の有限変形解析手法の妥当性確認, 第53回地盤工学研究発表会 (本誌) .
- 6) Jommi, C. (2000): Remarks on the constitutive modelling of unsaturated soils, *Experimental Evidence and Theoretical Approaches in Unsaturated Soils* (eds. by Tarantino, A. and Mancuso, C.), Balkema, 139-153.