

# Full-formulation に基づく 超高透水性土の動的有限変形圧密解析

名古屋大学 学生会員 ○豊田 智大  
フェロー会員 野田 利弘

## 1. はじめに

飽和土の変形を記述する水～土骨格連成計算においては、「間隙水の静的浸透」を仮定する  $u$ - $p$  formulation に基づく定式化がしばしば採用される。 $u$ - $p$  formulation の適用により、支配方程式中の未知数を削減し、計算負荷を大幅に抑えることが可能となる。ところが、高透水性の多孔質媒体中では間隙水は動的にも運動しうるため、間隙水の加速度を無視して強引に解こうとすれば、連成計算は破綻してしまう。そこで著者らは、上述の仮定を導入することなく支配方程式を直接解く Full-formulation<sup>1)</sup>のうち、 $u$ - $w$ - $p$  formulation に基づく連成有限変形解析手法を新たに開発してきた。本稿では、本手法を低透水性土～高透水性土～超高透水性土の圧密問題に適用した結果について考察する。高透水性土に対する  $u$ - $p$  formulation の破綻については別報<sup>2)</sup>に譲る。

## 2. 支配方程式

著者らは、 $u$ - $p$  formulation に基づく土の動的／静的水～土骨格連成有限変形解析コード **GEOASIA**<sup>3)</sup>を  $u$ - $w$ - $p$  formulation に則って再定式化することで、間隙水の慣性を考慮した方程式系を新たに構築した。 $u$ - $w$ - $p$  formulation の支配方程式を以下に示す。

$$\text{混合体の運動方程式} \quad \rho_s D_s \mathbf{v}_s + \rho_f D_f \mathbf{v}_f = \text{div} \mathbf{T} + \rho \mathbf{b} \quad (1)$$

$$\text{液相の運動方程式} \quad \rho^f D_f \mathbf{v}_f = -\gamma_w \text{grad} h - \frac{\gamma_w}{k} \mathbf{w} \quad (2)$$

$$\text{連成式} \quad \text{div} \mathbf{v}_s + \text{div} \mathbf{w} = 0 \quad (3)$$

ここに、 $\rho_s$ 、 $\rho_f$ 、 $\rho^f$ はそれぞれ固相、液相、間隙水の密度、 $D_s$ 、 $D_f$ は固相、液相からみた物質時間微分、 $\mathbf{v}_s$ 、 $\mathbf{v}_f$ は固相、液相の速度、 $\mathbf{w} = n(\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_s)$ は間隙水の相対平均流速、 $\mathbf{T}$ は全応力テンソル、 $\mathbf{b}$ は物体力、 $h$ は全水頭、 $n$ は間隙率、 $k$ は透水係数、 $\gamma_w$ は間隙水の単位体積重量である。構成式には亜弾性 Hooke 則を用いた。なお、式(3)右辺第2項は相間相互作用力を表す。

## 3. 一次元弾性有限変形圧密解析

有限変形場における一次元弾性圧密問題を  $u$ - $w$ - $p$  formulation で解く。有限要素メッシュと弾性体の材料定数はそれぞれ図-1、表-1のように設定する。ここでは、瞬間載荷に等価な初期条件として模型全体に初期水圧 100kPa を与え、これが消散する過程での圧密沈下量  $\rho$  と模型中心における水圧  $u$  の水位を調べた。

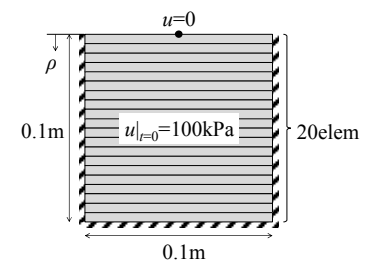


図-1 有限要素メッシュ

## 4. 解析結果

異なる透水係数  $k$  に対する沈下-時間関係を図-2 に、中心深さにおける水圧-時間関係を図-3 に示す。

### A. 低透水性土 ( $k < 10^{-4}$ cm/s)

沈下-時間関係は図-2(a)のような下に凸なカーブとなり、1次元静的有限変形圧密の理論解と一致する。このことは、低透水性土において土骨格と間隙水の運動は十分静的に起こり、慣性による効果は顕在化しないことを意味する。なお、この透水係数の範囲では  $u$ - $p$  formulation によっても同様の解を得ることができる。

表-1 材料定数

Young's modulus $E$	100000 kN/m <sup>2</sup>
Poisson's ratio $\nu$	0.35
Initial porosity $n_0$	0.50
Density of soil particle $\rho^s$	2.65 g/cm <sup>3</sup>
Density of water $\rho^f$	1.00 g/cm <sup>3</sup>

### B. 高透水性土 ( $10^{-3}\text{cm/s} < k < 10^{-2}\text{cm/s}$ )

沈下-時間関係は、図-2(b)のように大域的には下凸カーブに見えるが、間隙水の慣性に起因して、初期に静止していた間隙水が加速されてゆくため、沈下-時間関係はS字カーブとなる。その後は透水係数の逆数に比例する相互作用力により間隙水の運動にブレーキがかかるため、間隙水の運動はやがて静的になり、沈下-時間関係もまた静的理論解に収束してゆく。なお、この問題を  $u-p$  formulation で解くと解析が破綻することから、 $u-w-p$  formulation の有効性を確認しているが、詳細は割愛する。

### C. 超高透水性土 ( $10^{-1}\text{cm/s} < k$ )

透水係数が非常に大きい場合、沈下-時間関係は図-2(c)-(e)のような減衰振動となる。さらに、その中でも透水係数が小さいほど過減衰、大きいほど非減衰に近い応答を示している。

混合体の運動方程式(1)に液相の運動方程式(2)を代入し、連成式(3)より  $\mathbf{v}_s + \mathbf{w} = \mathbf{0}$  (1次元)であることを考慮しつつ、弾性体の構成式を簡潔に、 $\text{div}\mathbf{T} = -K\mathbf{u}$  ( $\mathbf{u}$ : 骨格変位) とかくと、

$$\rho_s D_s \ddot{\mathbf{u}} + \frac{n\gamma_w}{k} \dot{\mathbf{u}} + K\mathbf{u} = \rho\mathbf{b} + n\gamma_w \text{grad}h \quad (4)$$

という骨格の運動に関する方程式が得られる。この方程式は減衰振動を表し、この中で相互作用力は骨格にとって粘性項の役割を果たすことがわかる。つまり骨格の運動は、透水係数が大きければ粘性項は小さくなるため過減衰に、透水係数が小さければ粘性項は大きくなるため非減衰に近づく。このことは解析結果にも符合する。図-3の水圧もまた同様の傾向を示す。

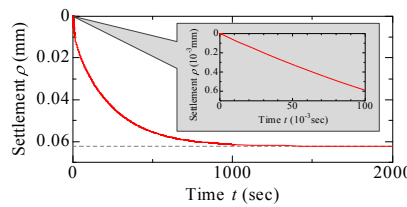
### 4. おわりに

一次元弾性有限変形圧密問題を  $u-w-p$  formulation で解くことで、沈下-時間関係が A) 低透水性土では下に凸のカーブ、B) 高透水性土ではS字カーブ、C) 超高透水性土では減衰振動となることを示した。

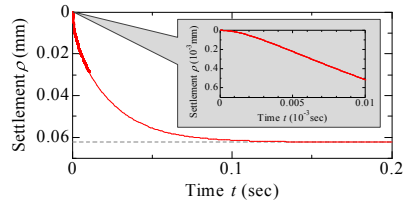
謝辞 本研究は、科学研究費補助金（基盤研究(A)：課題番号 25249064）の補助を受けて実施した。

### 参考文献

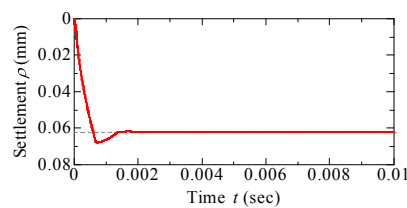
1) O. C. Zienkiewicz, et al.: Computational Geomechanics with special reference to Earthquake Engineering, John Wiley & Sons, pp.17-31, 1999. 2) 野田, 豊田: Full-formulation の動的問題への適用と u-p formulation の適用限界の克服, 土木学会第 73 回年次学術講演会, 2018 (掲載予定). 3) Noda, T., et al.: Soil-water coupled finite deformation analysis based on a rate-type equation of motion incorporating the SYS Cam-clay model, Soils Found, Vol.48, No.6, pp.771-790, 2008.



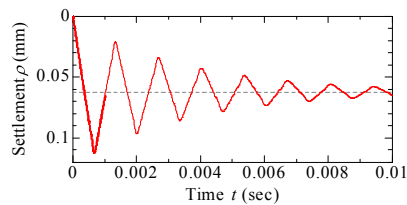
(a)  $k=10^{-7}\text{cm/s}$



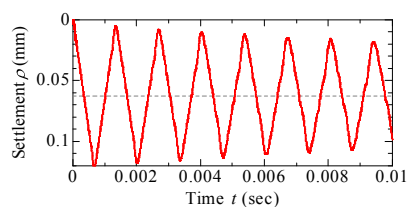
(b)  $k=10^{-3}\text{cm/s}$



(c)  $k=10^{-1}\text{cm/s}$

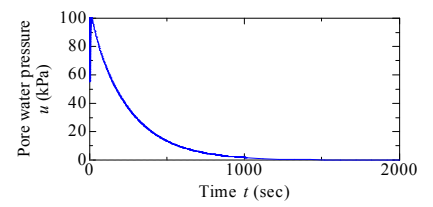


(d)  $k=10^0\text{cm/s}$

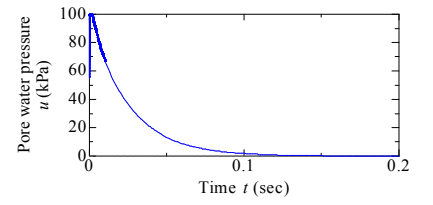


(e)  $k=10^1\text{cm/s}$

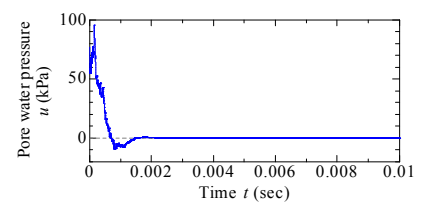
図-2 沈下-時間関係



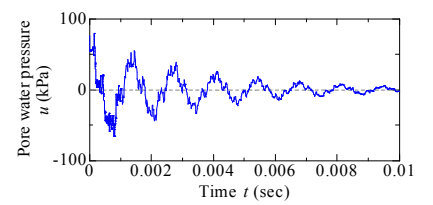
(a)  $k=10^{-7}\text{cm/s}$



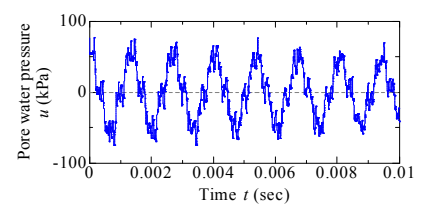
(b)  $k=10^{-3}\text{cm/s}$



(c)  $k=10^{-1}\text{cm/s}$



(d)  $k=10^0\text{cm/s}$



(e)  $k=10^1\text{cm/s}$

図-3 水圧-時間関係